

直流电桥测量电阻

李嘉轩

北京大学物理学院天文学系, 100871

jiaxuan.li@pku.edu.cn

2017年12月22日

1 直流电桥测量电阻

1.1 实验情况

本实验使用直流惠斯通电桥测量3个待测电阻的阻值, 同时也对直流电桥的灵敏度等性质进行研究。本实验所用到的器材有:

- DHJ15HA型直流稳压电源
- ZX96型直流电阻箱, 其接触电阻为 $R_0 = (12 \pm 5) \text{ m}\Omega$, 各量程的允差为:

表 1: ZX96型直流电阻箱允差

档位(Ω)	$\times 10\text{k}\Omega$	$\times 1\text{k}\Omega$	$\times 100\Omega$	$\times 10\Omega$	$\times 1\Omega$	$\times 0.1\Omega$
允差 e	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.5\%$	$\pm 2\%$

- FLUKE 15B型数字万用表;
- 直流指针式检流计: 灵敏度为 $1.3 \times 10^{-6} \text{ A/格}$, 内阻 $R_g = 47\Omega$ 。

1.2 使用直流平衡电桥测量待测电阻的阻值

本节实验使用直流平衡电桥测量3个待测电阻的阻值。在组装电路之前, 我先使用数字万用表粗测三个待测电阻的阻值, 以便调节电桥中 R_0 的阻值使电桥平衡。三个电阻的阻值粗测结果分别为 $R_1 = 47.8\Omega$, $R_2 = 359.9\Omega$, $R_3 = 4.05\text{k}\Omega$ 。

根据实验室白板上的电路图连接电路, 我在本次实验连接电路中再次练习了双刀双掷开关的解法。连接好电路并检查无误后, 打开检流计指针的锁紧旋钮, 同时将限制通过检流计电流的电位器 R_h 调至最大。打开直流电源的输出开关, 用万用表测量输出电压并调节输出电压到 $E = 4.03 \text{ V}$ 。此后, 闭合



开关进行实验。实验结果见表格2。在最后一行的数据中，调节电阻箱的0.1Ω档时，检流计指针不偏转，因此数据中 R_0 结果的有效数字保留到个位。根据电桥灵敏度的定义

表 2: 直流平衡电桥测量待测电阻阻值

R_x	R_1/R_2	$R_0(\Omega)$	$R'_0(\Omega)$	$\Delta n(\text{格})$	$R_x(\Omega)$	$\Delta R_0(\Omega)$	$S(\text{格})$
R_{x1}	500/500	47.9	47.8	3.4	47.9	0.1	1.6×10^3
R_{x2}	50/500	3601.1	3571.1	5.0	360.11	30.0	6.0×10^2
R_{x2}	500/500	360.4	361.6	5.3	360.4	1.2	1.6×10^3
R_{x2}	500/500	360.4	361.4	4.5	360.4	1.0	1.6×10^3
R_{x3}	500/500	4054	4104	3.9	4054	50	3.2×10^2

$$S = \frac{\Delta n}{\Delta R_x/R_x} = \frac{\Delta n}{\Delta R_0/R_0}, \quad (1)$$

可以从数据中算出灵敏度，见表格最后一列。因为 Δn 、 ΔR_x 和 R_x 都只有小数点后一位，而 S 只是这些量的乘除法，所以 S 也应只保留两位有效数字。

根据表格1，可以算出各个阻值的允差，例如：

$$e_{47.9\Omega} = (40 \times 0.1\% + 7 \times 0.5\% + 0.9 \times 2\%)\Omega = 0.093\Omega.$$

根据公式

表 3: 电阻不确定度的计算

R_x	R_1/R_2	$R_0(\Omega)$	$e_{R_0}(\Omega)$	$e_{R_1}(\Omega)$	$e_{R_2}(\Omega)$	δR_x	$\sigma_{R_x}(\Omega)$	测量结果(Ω)
R_{x1}	500/500	47.9	0.093	0.500	0.500	0.006	0.10	47.9 ± 0.1
R_{x2}	50/500	3601.1	3.607	0.050	0.500	0.120	0.38	360.1 ± 0.4
R_{x2}	500/500	360.4	0.377	0.500	0.500	0.045	0.37	360.4 ± 0.4
R_{x2}	500/500	360.4	0.377	0.500	0.500	0.045	0.37	360.4 ± 0.4
R_{x3}	500/500	4054	4.120	0.500	0.500	2.566	4.8	4054 ± 5

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_0,$$

可得：

$$\sigma'_{R_x} = R_x \sqrt{\left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_2}}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2}.$$

再把不确定度换成允差，即

$$\sigma'_{R_x} = R_x \sqrt{\left(\frac{e_{R_1}}{\sqrt{3}R_1}\right)^2 + \left(\frac{e_{R_2}}{\sqrt{3}R_2}\right)^2 + \left(\frac{e_{R_0}}{\sqrt{3}R_0}\right)^2}.$$

由检流计灵敏度限制带来的误差为：

$$\delta R_x = \frac{0.2R_x}{S}.$$



于是最后的不确定度为:

$$\sigma_{R_x} = \sqrt{(\sigma'_{R_x})^2 + (\delta R_x)^2}.$$

带入具体数值计算, 得到表格最后一列的结果。

在表格的第三、第四行, 我交换了 R_1 和 R_2 两臂进行测量, 因此

$$R_x = \sqrt{R_{01}R_{02}} = 360.4\Omega.$$

其不确定度可以根据下式算出:

$$\begin{aligned} \sigma_{R_x} &= \sqrt{(\delta R_x)^2 + \frac{1}{4} \frac{R_{02}}{R_{01}} \sigma_{R_{01}}^2 + \frac{1}{4} \frac{R_{01}}{R_{02}} \sigma_{R_{02}}^2} \\ &= \sqrt{(\delta R_x)^2 + \frac{1}{12} \frac{R_{02}}{R_{01}} e_{R_{01}}^2 + \frac{1}{12} \frac{R_{01}}{R_{02}} e_{R_{02}}^2}. \end{aligned}$$

由检流计灵敏度限制带来的误差为:

$$\delta R_x = \frac{0.2R_x}{S}.$$

带入 $R_x = 360.4\Omega$, $S = 1.6 \times 10^3$, 可得

$$\delta R_x = 0.045\Omega.$$

所以,

$$\sigma_{R_x} = 0.16\Omega.$$

从而交换桥臂测量得到第二个电阻的阻值为

$$R_{x2} = (360.4 \pm 0.2)\Omega.$$

1.3 探究直流平衡电桥灵敏度

本节实验通过改变电源电压、桥臂电阻比值 R_1/R_2 、限流电阻 R_h 来探究电桥灵敏度与这些量的关系。本节实验使用三百多欧姆的 R_{x2} 。实验数据见表格4。对直流电桥写出基尔霍夫方程组并解之, 可

表 4: 探究直流平衡电桥灵敏度

实验条件	R_1/R_2	$R_0(\Omega)$	$R'_0(\Omega)$	$\Delta n(\text{格})$	$R_{x2}(\Omega)$	$\Delta R_0(\Omega)$	$S(\text{格})$
$E = 4.01\text{V}, R_h = 0$	500/500	360.4	361.5	4.9	360.4	1.1	1.6×10^3
$E = 2.008\text{V}, R_h = 0$	500/500	360.4	362.4	4.4	360.4	2.0	7.9×10^2
$E = 4.01\text{V}, R_h = 0$	500/5000	360.3	365.3	4.2	360.3	50	3.0×10^2
$E = 4.01\text{V}, R_h = 3.053\text{k}\Omega$	500/500	360.1	352.1	4.6	360.1	8.0	2.1×10^2

得电桥的灵敏度为

$$S = \frac{S_i \cdot E}{R_1 + R_2 + R_0 + R_x + R_g \left(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2} \right)}. \quad (2)$$



第一行与第二行数据只是 E 不同, 根据公式可以得出 $S_1 = 2S_2$, 根据实验数据, $S_1 = 1.6 \times 10^3$, $S_2 = 0.79 \times 10^3$, 与理论结果符合较好。此外, 公式2也说明了 $R_1/R_2 = 500/5000$ 时, 灵敏度与 $R_1/R_2 = 500/500$ 相比应该下降, 与实验结果吻合。第四行中 R_h 的增大会导致公式中 R_g 的增大, 使灵敏度下降, 这与实验结果也吻合。

2 思考题

1. 下列因素是否会加大测量电阻的误差?

- (a) 电源电压大幅度下降;
- (b) 电源电压稍有波动;
- (c) 在测量较低电阻时, 导线电阻不可忽略;
- (d) 检流计零点没有校准;
- (e) 检流计灵敏度不够高;

答:

- (a) 从公式2中可以看出, 电源电压越小, 电桥的灵敏度就越小, 从而 $\delta R_x = \frac{0.2R_x}{S}$ 就越大, 从而合成出的不确定度也越大。因此电源电压大幅度下降势必会增大测量误差。
- (b) 电源电压稍有波动时, 首先它不会影响电桥的平衡, 其次在波动不大时对电桥灵敏度的影响也可忽略不计。因此电源电压的轻微波动不会明显加大测量误差。
- (c) 在测量小电阻时, 导线电阻、接触电阻(包括电阻箱处的接触电阻和电路其他连接处的接触电阻)都会对测量结果造成影响, 增大测量的误差。电阻箱0.1 Ω 档的允差最大为0.02 Ω , 电阻箱的接触电阻为(0.012 \pm 0.005) Ω , 与允差同量级。但其他地方的接触电阻大小是未知的, 测量出的电阻结果自然也就不准确。同时, 本实验中没有采用三线接法, 没有规避导线电阻。
- (d) 检流计零点没校准好导致的后果是, 看起来电桥是平衡的, 其实电桥并未平衡, 这导致公式 $R_x = \frac{R_1}{R_2} R_0$ 失效, 自然会增大测量误差。
- (e) 灵敏度不够高导致 $\delta R_x = \frac{0.2R_x}{S}$ 较大, 增大了测量误差。

3 分析讨论与感想

这里先讨论一下电阻不确定度各个成分的贡献。在交换双臂测量电阻的实验中, 由检流计灵敏度限制带来的不确定度为

$$\delta R_x = 0.045\Omega.$$

而由电阻箱允差带来的不确定度为

$$\sigma'_{R_x} = 0.154\Omega.$$



可以看出，主要的不确定度来源还是电阻箱的允差，检流计灵敏度限制贡献的不确定度很小。但是，在测量大电阻 $R_{x_3} = 4054\Omega$ 时，检流计贡献的不确定度

$$\delta R_x = 2.566\Omega.$$

电阻箱允差贡献的不确定度为

$$\sigma'_{R_x} = 4.057\Omega.$$

这个情况下检流计贡献的不确定度与电阻箱贡献的不确定度是同量级。

尝试理论计算一下灵敏度。当 $R_1 = R_2 = 500\Omega$, $R_0 = R_x = 360.4\Omega$, $E = 4.01\text{V}$, $R_g = 47\Omega$, $S_i = \frac{1}{1.3 \times 10^{-6}} = 7.7 \times 10^5$ 时，带入式(2)，得：

$$S = 1.6 \times 10^3.$$

此结果与实际测量值完全相符。在这个结果的激励下，我计算按照相同的方法计算了表格4中所有的灵敏度理论值，见表格5。可以看出，理论结果与实验结果还是吻合较好的。

表 5: 探究直流平衡电桥灵敏度

实验条件	R_1/R_2	$R_0(\Omega)$	$R_{x2}(\Omega)$	$S(\text{格})$	$S_{theory}(\text{格})$
$E = 4.01\text{V}, R_h = 0$	500/500	360.4	360.4	1.6×10^3	1.6×10^3
$E = 2.008\text{V}, R_h = 0$	500/500	360.4	360.4	7.9×10^2	8.1×10^2
$E = 4.01\text{V}, R_h = 0$	500/5000	360.3	360.3	3.0×10^2	3.2×10^2
$E = 4.01\text{V}, R_h = 3.053\text{k}\Omega$	500/500	360.1	360.1	2.1×10^2	2.1×10^2

英国人惠斯通是历史上第一个用直流平衡电桥测量电阻的科学家。直流平衡电桥结构简单，原理清晰，计算方便，能够准确地测量电阻的阻值。除此之外，直流电桥还能够非平衡的情况下用于传感器的电阻测量，如使用非平衡电桥测量铂电阻温度系数的实验。本实验中，我最大的收获是认识到了如何去定量描述一台仪器的灵敏度，以及如何去考虑由于仪器灵敏度限制所带来的测量误差。我在测量完成后计算 S 时把 S 的有效数字位数写多了，这件事令我影响非常深刻。感谢张晓东老师清晰生动的讲解，以及在我实验过程中的指导和结果的检查与讨论。

参考文献

- [1] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2013.